



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. Programme 5th Semester Examination, 2020

DSE1- MATHEMATICS

Full Marks: 60

ASSIGNMENT

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

**The question paper contains paper DSE-1A and DSE-1B.
The candidates are required to answer any *one* from *two* courses.
Candidates should mention it clearly on the Answer Book.**

DSE-1A

MECHANICS

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

Answer *all* the questions

2×6 = 12

সকল প্রশ্নের উত্তর দাও

সবই প্রশ্নকা উত্তর দিনুহোস্

1. (a) What is meant by conservative field of force? 2
রক্ষণশীল বলের ক্ষেত্র বলতে কি বোঝ ?
Conservative field of force को अर्थ के हो ?
- (b) What do you mean by a system is in astatic equilibrium under a system of coplanar forces? 2
কোন একটি তন্ত্র একটি সমতলীয় বলতন্ত্রে অস্থির সাম্যবস্থায় (astatic equilibrium) আছে বলতে কি বোঝ ?
एक प्रणाली कोपलानार शक्ति प्रणाली अन्तर्गत अस्याटिक सुन्तुलनमा छ भनै तपाईंले के बुझ्नुहुन्छ ?
- (c) Explain the term 'artificial satellite of the earth'. 2
পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহ বলতে কি বোঝ ?
'पृथ्वीको कृत्रिम उपग्रह' शब्दलाई बुझ्नुहुन्छ।
- (d) A particle describes a curve whose equation is $\frac{a}{r} = \theta^2 + b$ under a force to the pole. 2
Find the law of force.

মেরু অভিমুখী বলের প্রভাবে একটি কণা $\frac{a}{r} = \theta^2 + b$ সমীকরণ বক্ররেখা বরাবর চালিত আছে।
এমতাবস্থায় বলের সূত্রটি নির্ণয় কর।

এতটা কণলে এতটা বক্রকো বর্ণন গর্দচ্ছ জসকো সমীকরণ $\frac{a}{r} = \theta^2 + b$ ধ্রুৱমা বলকো অন্তর্গত
চ্ছ। বলকো কানুন (law of force) খোজর্নুহোন্স।

- (e) Find the length of a simple equivalent pendulum for a circular disc of radius a , the axis being a tangent to the disc. 2

একটি a ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার চাকতি এবং চাকতির স্পর্শক বরাবর অক্ষরেখা ধরে একটি সরল সমতুল্য
দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

এবটা পরিপন্ন ডিস্ক জসকো অর্ধব্যাস a হো, ত্যসকো লাগি এবটা সাধারণ বরাবর পেন্ডুলমকো
লম্বাৰ্হ পতা লগাওনুহোন্স অক্ষ ডিস্ককো লাগি স্পর্শরেখা হো।

- (f) State the principle of virtual work. 2

Virtual work এর নীতিটি উল্লেখ কর।

ভর্চুওল কার্যকো সিদ্ধান্ত হরু স্পষ্ট গর্নুহোন্স।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer all the questions

$5 \times 4 = 20$

সকল প্রশ্নের উত্তর দাও

সবই প্রশ্নকো উত্তর দিনুহোন্স

2. (a) If a planet were suddenly stopped in its orbit, supposed circular, then show that it would fall into the sun in a time $\frac{\sqrt{2}}{8}$ times the period of the planet's revolution. 5

যদি একটি গ্রহ বৃত্তীয় কক্ষপথে হঠাৎ থামিয়া যায়, তাহলে দেখাও যে গ্রহটির সম্পূর্ণ বৃত্তীয় কক্ষপথে ঘুরিতে
যে সময় লাগে তার $\frac{\sqrt{2}}{8}$ গুণ সময়ে গ্রহটি সূর্যের মধ্যে পড়িবে।

যদি কুনৈ গ্রহ অচানক অপনো কক্ষামা রোকিয়ো, গোলাকার মানিয়ো হনৈ, দেখাওনুহোন্স কি যো
গ্রহকো ক্রান্তিকো অবধিমা $\frac{\sqrt{2}}{8}$ পটককো সময়মা সূর্যমা খরস্নেচ্ছ।

- (b) A heavy bead of mass m slides on a smooth wire in the shape of a cycloid, whose axis is vertical and vertex upwards, in a medium whose resistance is $\frac{mv^2}{2c}$ and the distance of starting point from the vertex is c ; show that the time of descent of the cusp is $\sqrt{\frac{8a(4a-c)}{gc}}$, where $2a$ is the length of the axis of the cycloid. 5

একটি ' m ' ভরের ভারী পদার্থ কণা একটি cycloid আকৃতির মসূণ তারের উপর প্রক্ষেপ করা হয়, যার অক্ষ
উল্লম্ব এবং শীর্ষবিন্দু উপরের দিকে অবস্থিত। যদি কণাটিকে শীর্ষবিন্দু থেকে ' c ' দূরত্বে ছাড়া হয় এবং

মাধ্যমের বাধা $\frac{mv^2}{2c}$ হয় তবে দেখাও যে সাইক্লয়েডের কাম্প (cusp) অবাধ পৌঁছতে $\sqrt{\frac{8a(4a-c)}{gc}}$ সময়
লাগবে যেখানে ' $2a$ ' হল সাইক্লয়েডের অক্ষের দৈর্ঘ্য।

एक भारी मणि एक साइक्लोइडको आकार मा एक चिकनी तार मा स्लाइड, जसको अक्ष ठाडो (vertical) छ र उपगम्यता माथिको तिरछ, एक मध्यममा जसको प्रतिरोध $\frac{mv^2}{2c}$ छ र उपगम्यता (vertex) बाट शुरु बिन्दुको दूरी c हो; देखाउनुहोस् कि cusp को वंशको समय $\sqrt{\frac{8a(4a-c)}{gc}}$ हो जहाँ $2a$ cycloid को अक्षको लम्बाई हो।

- (c) A square lamina rests with its plane perpendicular to a smooth wall, one corner being attached to a point in the wall by a fine string of length equal to the side of the square. Find the position of equilibrium and show that it is stable. 5

एकट्टि वर्गाकार पातके (square lamina) एकट्टि मसृण देओयालेर सहित उलम्बतावे एमनतावे राखा हयेछे येखाने पातेर एकट्टि कोण (corner) देओयालेर एकट्टि बिन्दुसहित उक्त वर्गाकार पातेर बाहुर सहित समान एकट्टि सूक्ष्म (fine) दडिंर साहाये युक्त। ताहले उक्त वर्गाकार पातेर साम्येर (equilibrium) अवस्थान निर्णय कर एवं देखाओ ये एट्टि स्थितावस्थाय (stable) रयेछे।

एक वर्ग lamina एक चिल्लो पख्वाल को परपेन्डिकुलर आफनो विमान लहर संग टिकीएको छ, वर्गको किनारको बराबर लम्बाइको राम्रो स्टिंगले एउटा कुनामा भित्तामा बिन्दुमा जोडिएको छ। सन्तुलनको स्थिति पत्ता लगाउनुहोस् र स्थिर छ भनेर देखाउनुहोस्।

- (d) ABCD is a rhombus of freely jointed rods lying flat on a smooth table and P, Q are the middle points of AB, AD. Prove that if the system is held in equilibrium by light strings joining P to Q and A to C, the tensions in these strings are in the ratio of 2BD to AC. 5

स्वाधीनतावे युक्त रड द्वारा गठित ABCD रम्बस एकट्टि मसृण टेबिलेर उपर शायित आछे एवं P ओ Q बिन्दुद्वय यथाक्रमे AB ओ AD रड द्वयेर मध्यबिन्दु। यदि उक्त तन्त्रटिके (system) एकट्टि साम्यावस्थाय राखार जन्य हालका दडिंर साहाये P एर सहित Q एवं A एर सहित C युक्त करा हय ताहले प्रमाण कर ये उक्त दडिंरद्वयेर मध्यवर्ती टान (tension) एर अनुपात हवे $2BD : AC$ ।

ABCD एवटा चिल्लो टेबुलमा फलैटमा सजिलैसँग जोडिएको राँडको एवटा rhombus हो र P, Q; AB, AD को मध्य बिन्दु हो। यदि प्रणाली लाई हल्का तारले P देखिए Q र A देखि सम्मिलित समतुल्यमा राख्दछ भन्ने प्रमाणित गर्नुहोस् को यी तारहरूमा तनाव रासन $2BD : AC$ मा छ।

GROUP-C / विभाग-ग / समूह-ग

Answer all the questions

7×4 = 28

सकल प्रश्नेर उत्तर दाओ

सबै प्रश्नका उत्तर दिनुहोस्

3. (a) (i) Show that for a system in equilibrium, under conservative forces, the potential energy is minimum for stable and maximum for unstable equilibrium. 3

धर कोन एकट्टि तन्त्र (system) रक्षणीय बलतन्त्रे (conservative forces) साम्यावस्थाय रयेछे। ताहले प्रमाण कर तन्त्रटि स्थिर साम्यावस्थाय स्थितिशक्ति (potential energy) सर्वोनिम्न हवे एवं अस्थिर साम्यावस्थाय इहार मान सर्वोच्च हवे।

Conservative forces अन्तर्गत सन्तुलन प्रणालीको लागि, सम्भावित उर्जा स्थिर सन्तुलनको लागि न्यूनतम हुन्छ र अस्थिर सन्तुलनको लागि अधिकतम हुन्छ भनेर देखाउनुहोस्।

- (ii) A force P acts along the axis of X and another force nP acts along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder 4

$$n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$$

एकटि बल P , x अक्ष बराबर कार्यकर एवंग अपर एकटि बल nP चोणेर उतुपादक (generator of the cylinder) बराबर कार्यकर रयेछे। देखाओ ये उक्तु ब्यबस्थापनाय केन्द्रीय अक्षटि (central axis) निम्नलिखित चोणेर उपर अवस्थित।

$$n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$$

एक बल P ले X को अक्षको साथ कार्य गर्दछ र अर्को बल nP ले cylinder $x^2 + y^2 = a^2$ को जेने रेटरसँग कार्य गर्दछ। अक्षको केन्द्रबिन्दु सिलिण्डरमा रहेको देखाउनुहोस्।

$$n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$$

- (b) (i) If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that $(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$. 3

कोन एकटि ग्रह सूर्येर सबचेये काछे एवंग सबचेये दूरेर अवस्थाने ग्रहटि र यदि रैखिक गतिबेग यथाक्रमे v_1 एवंग v_2 हय तहले प्रमाण कर

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

यदि v_1 and v_2 ग्रहको रेखीय वेग हो जब यो क्रमशः सूर्यबाट नजिक र टाढा हुन्छ, $(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$ प्रमाणित गर्नुहोस्।

- (ii) A particle is projected with velocity V along a smooth horizontal plane in a medium whose resistance per unit mass is μ times the cube of the velocity. 4

Show that the velocity at a time t is $\frac{V}{\sqrt{1 + 2\mu V^2 t}}$.

कोन एकटि कणके V गतिबेगे एकटि मसुण अनुभूमिक तल बराबर उतुष्केपन करा हल येखाने उक्तु माध्यमेर प्रति एकक भरेर बाधा हल $\mu \times (\text{गतिबेग})^3$ । देखाओ ये t समये कणटि र गतिबेग हवे

$$\frac{V}{\sqrt{1 + 2\mu V^2 t}}$$

एक कण वेग V को साथ एक मध्यममा समतल क्षैतिज विमानको साथ अनुमान गरिन्छ

जसको प्रति इकाई मास वेगको धन भन्दा μ गुण हुन्छ। समय t मा वेग $\frac{V}{\sqrt{1 + 2\mu V^2 t}}$

हो भनैर देखाउनुहोस्।

- (c) Find the least coefficient of friction between a given elliptic cylinder and a particle, in order that for all positions of the cylinder in which the axis is horizontal, the particle may be capable of resisting vertically above the axis. 7

एकटि प्रदत्त उपबृत्ताकार चोणु (elliptic cylinder) एवंग एकटि कण र मध्ये सर्वनिम्न घर्षणगुणाङ्क (least coefficient of friction) निर्णय कर येखाने देओया आछे ये चोणुेर येकोन अवस्था र जन्य याते उहार अक्ष सबसमय अनुभूमिक थाके एवंग कणटि अक्षेर उपर अवस्थानकाले बाधा दिते सक्षम हवे।

दिइएको अण्डाकार सिलिण्डर र कूणको बिचमा घर्षणको कमिमा गुणांक खोजनुहोस् क्रममा सिलिण्डरको सबै स्थानहरूको लागि जुन अक्ष क्षैतिज छ, कण अक्ष माथि ठाडोसंग प्रतिरोध गर्न सक्षम हुन सक्छ।

(d) Two equal forces act one along each of the straight lines

$$\frac{x \pm a \cos \theta}{a \cos \theta} = \frac{y - b \sin \theta}{\pm b \cos \theta} = \frac{z}{c}$$

Show that their central axis must, for all values of θ , lie on the surface

$$y \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) = b \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right)$$

দুটি সমান বল যাহা নিম্নলিখিত সরলরেখা বরাবর কার্যকর,

$$\frac{x \pm a \cos \theta}{a \cos \theta} = \frac{y - b \sin \theta}{\pm b \cos \theta} = \frac{z}{c}$$

θ এর সকল মানের জন্য দেখাও যে উক্ত ব্যবস্থাপনায় কেন্দ্রীয় অক্ষটি নিম্নলিখিত পৃষ্ঠতলে অবস্থান করবে।

$$y \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) = b \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right)$$

দুই বরাবর বলহরু প্রত্যেক সীধা লাইনহরুমা এক কার্য গর্দচ্চ

$$\frac{x \pm a \cos \theta}{a \cos \theta} = \frac{y - b \sin \theta}{\pm b \cos \theta} = \frac{z}{c}$$

দেখাতনুহোস্ কি উনীহরুকো কেন্দ্রীয় অক্ষ, সবই মানকো লাগি সতহমা চ্চ:

$$y \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) = b \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right)$$

DSE-1B

GROUP THEORY AND LINEAR ALGEBRA

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

Answer all the following questions

2×6 = 12

সকল প্রশ্নের উত্তর দাও

সবই প্রশ্নকো উত্তর দিনুহোস্

1. (a) Examine if the set of vectors $\{(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\}$ is linearly independent in \mathbb{R}^3 .

দেখাও যে vector-র সেট $\{(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\}$ \mathbb{R}^3 তে linearly independent কিনা।

ভেক্টরহরুকো সেট \mathbb{R}^3 মা লাইনর স্বতন্ত্র চ্চ भने जाँच गर्नुहोस् $\{(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\}$

(b) Is the mapping $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, defined by $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$ a linear transformation? Write the answer with justification.

পরীক্ষা করে দেখাও যে mapping $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, যাহা $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$ দ্বারা সজ্জায়িত, একটি linear transformation কিনা। কারণসহ ব্যাখ্যা কর।

কৈ ম্যাপিং (mapping) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ লামবদ্ধ পরিবর্তন (linear transformation) $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$ দ্বারা পরিমাণিত চ্চ ?

(c) Find a basis of \mathbb{R}^3 which contains $(1, 0, 1)$ and $(0, 1, 1)$.

\mathbb{R}^3 -র একটি basis নির্ণয় কর, যার মধ্যে $(1, 0, 1)$ এবং $(0, 1, 1)$ vector দুটি রয়েছে।

\mathbb{R}^3 को आधार खोजनुहोस् जुनमा $(1, 0, 1)$ र $(0, 1, 1)$ समावेश गर्दछ।

(d) In an abelian group if $o(a) = 3$ and $o(b) = 4$, then find $o(ab)$.

একটি abelian group-এ যদি $o(a) = 3$ এবং $o(b) = 4$, তাহলে $o(ab)$ নির্ণয় কর।

यदि एवटा abelian समूह मा $o(a) = 3$ र $o(b) = 4$ हो भने, $o(ab)$ खोजनुहोस्।

(e) If H and K are disjoint subgroups (in a group G) of order 5, 4 respectively, what is the order of the subgroup HK of G .

যদি H এবং K দুটি disjoint subgroup (একটি group G -এর) র order যথাক্রমে 5 ও 4 হয়, তাহলে G -এর subgroup HK -র order কত হবে?

यदि H र K disjoint subgroup (समूह G मा) को order 5, 4 क्रमशः हो भने, G को उपसमूह HK को order के हो ?

(f) Let V be a vector space over a field F and $\alpha, \beta \in V$. Show that $W = \{c\alpha + d\beta \mid c, d \in F\}$ forms a subspace of V .

ধরি V একটি field F -র উপর অবস্থিত vector space এবং $\alpha, \beta \in V$. দেখাও যে $W = \{c\alpha + d\beta \mid c, d \in F\}$ একটি V -র subspace.

V लाई एक क्षेत्र F मा एक भेक्टर स्पेस हुन र $\alpha, \beta \in V$ । देखाउनुहोस् कि $W = \{c\alpha + d\beta \mid c, d \in F\}$ एक उप-स्थान बनाउँछ।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer all the following questions

5×4 = 20

সকল প্রশ্নের উত্তর দাও

सबै प्रश्नका उत्तर दिनुहोस्

2. (a) Find the dimension and basis of the solution space of the system of equations:

$$x - 2y + z = 0, \quad x - 2y - z = 0, \quad 2x - 4y - 5z = 0$$

নিম্নলিখিত সমীকরণগুলির solution space-এর dimension ও basis নির্ণয় করঃ

$$x - 2y + z = 0, \quad x - 2y - z = 0, \quad 2x - 4y - 5z = 0$$

$$x - 2y + z = 0, \quad x - 2y - z = 0, \quad 2x - 4y - 5z = 0$$

समीकरणको परिमाण (dimension) र solution space को आधार खोजनुहोस्।

(b) Determine the Linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ that maps the basis vectors $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ of \mathbb{R}^3 to the vectors $\{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$ respectively. Find $\ker T$.

একটি Linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ নির্ণয় কর যা \mathbb{R}^3 -র basis vectors $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ কে যথাক্রমে $\{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$ vector-এ পরিণত করে। $\ker T$ নির্ণয় কর।

Linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ निर्धारित गरनुहोस् जुन \mathbb{R}^3 को आधार भेक्टर $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ लाई क्रमशः भेक्टरमा $\{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$ मा मानचित्रण गर्दछ। $\ker T$ खोज्नुहोस्।

(c) Show that a group G is abelian if and only if $(ab)^2 = a^2b^2$, $a, b \in G$.

देखाओ ये एकट्टि group G abelian हबे केवल ओ केवलमात्र $(ab)^2 = a^2b^2$, $a, b \in G$ ।

यदि $(ab)^2 = a^2b^2$, $a, b \in G$ हो भने मात्र समूह G abelian हो भनेर देखाउनुहोस्।

(d) If G is a group and $c(G) = \{g \in G : gh = hg, \forall h \in G\}$, then show that $c(G)$ is a subgroup of G .

यदि G एकट्टि group ओ $c(G) = \{g \in G : gh = hg, \forall h \in G\}$ तबे देखाओ ये $c(G)$ हछे G -र एकट्टि subgroup।

यदि G समूह हो र $c(G) = \{g \in G : gh = hg, \forall h \in G\}$ हो भने $c(G)$ उपसमूह हो भनेर देखाउनुहोस्।

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

Answer all the following questions

7×4 = 28

सकल प्रश्नर उत्तर दाओ

सबै प्रश्नका उत्तर दिनुहोस्

3. (a) (i) Find rank and nullity of the linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ such that $T(x, y, z) = (x+z, x+y+2z, 2x+y+3z)$. 4

Linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ -र rank ओ nullity निर्णय कर, येखाने

$T(x, y, z) = (x+z, x+y+2z, 2x+y+3z)$ ।

linear transformation $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ को rank र nullity खोज्नुहोस् यदि यस्तो छ भने:

$T(x, y, z) = (x+z, x+y+2z, 2x+y+3z)$

(ii) Show that $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (0, -3, 2)\}$ forms a basis of \mathbb{R}^3 . 3

देखाओ ये $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (0, -3, 2)\}$ एकट्टि \mathbb{R}^3 -र basis।

$\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (0, -3, 2)\}$ ले \mathbb{R}^3 को आधार बनाउछ भनेर देखाउनुहोस्।

(b) (i) In a group G , $a^2b^2 = b^2a^2$ and $a^3b^3 = b^3a^3$ hold for all $a, b \in G$. Prove that the group is abelian. 4

एकट्टि group G -र ক্ষेत्रे $a^2b^2 = b^2a^2$ एवं $a^3b^3 = b^3a^3$ समीकरणद्वय सत्य, येखाने $a, b \in G$ । प्रमाण कर ये group टि abelian हबे।

समूह G मा, $a^2b^2 = b^2a^2$ र $a^3b^3 = b^3a^3$ सबैका $a, b \in G$ को लागि होल्ड गरछ। समूह abelian हो भनेर प्रमाणित गर्नुहोस्।

(ii) Let G be an abelian group. Prove that the subgroup $H = \{g \in G \mid g = g^{-1}\}$ forms a subgroup of G . 3

ধরি G একটি abelian group। প্রমাণ কর যে subgroup $H = \{g \in G \mid g = g^{-1}\}$ একটি G -র subgroup।

যদি G abelian সমূহ হো মনৈ। উপসমূহ $H = \{g \in G \mid g = g^{-1}\}$ লে উপসমূহ G গঠন গর্দেচ মনৈর সাবিত গর্নুহোস্।

- (c) (i) Let V be the vector space of all polynomials in x over a field F and define $T:V \rightarrow V$ such that $T(f(x)) = \frac{d}{dx}(f(x))$. Then show that T is a linear transformation. 4

ধরি V একটি সমস্ত x চলরাশি polynomial গুলির vector space যাহা F field-র উপর এবং $T:V \rightarrow V$ সজ্জায়িত হচ্ছে $T(f(x)) = \frac{d}{dx}(f(x))$ দ্বারা। দেখাও যে T একটি linear transformation।

x মা ফিল্ড F মা V লাই সবৈ polynomials কা ভেক্টর স্পেস হুন দিনুহোস্ র $T:V \rightarrow V$ কো পরিমাণা দিনুহোস্ জহাঁ $T(f(x)) = \frac{d}{dx}(f(x))$ হো। তব দেখাওনুহোস্ কি T এক রৈখিক রূপান্তরেণ হো।

- (ii) In a group (G, \circ) , a is an element of order 30. Find the order of a^{18} . 3

একটি group G -তে, a একটি element যার order 30। তাহলে a^{18} -র order নির্ণয় কর।
 এবাটা সমূহমা (G, \circ) , 30 অর্ডর কো এক তত্ত্ব হো। a^{18} কো অর্ডর খোজুহোস্।

- (d) (i) Find k so that the set $S = \{(1, 2, 1), (k, 3, 1), (2, k, 0)\}$ is linearly independent in \mathbb{R}^3 . 3

k -এর মান নির্ণয় কর, যেখানে set $S = \{(1, 2, 1), (k, 3, 1), (2, k, 0)\}$ একটি linearly independent set, \mathbb{R}^3 তে।

k খোজুহোস্ জসলে সেট $S = \{(1, 2, 1), (k, 3, 1), (2, k, 0)\}$ জো \mathbb{R}^3 কো রেখা বাট স্বতন্ত্র চ।

- (ii) If a, b be two elements of a group, such that $b^2ab = a^{-1}$, then show that $(ab)^3 = a$. 4

যদি একটি group-র দুটি element a ও b পরস্পর যুক্ত হচ্ছে $b^2ab = a^{-1}$ দ্বারা, তাহলে দেখাও যে $(ab)^3 = a$ ।

যদি a, b সমূহকো তত্ত্বহরু হো মনৈ, জহাঁ $b^2ab = a^{-1}$ মএ ত্যো $(ab)^3 = a$ দেখাওনুহোস্।

—x—